

LÍMITES



Funciones Indeterminadas



$$f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$$

¿cómo se comporta la función cuando x se aproxima a 0 o cuando se aproxima a -1 ?

¿Y si x crece o decrece indefinidamente?

Concepto de límite



Dada una función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ y un punto $x_0 \in \mathbb{R}$, el límite de f cuando x tiende a x_0 se representa como:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

Límites Laterales

Lo que nos quiere decir estos es cuánto vale la función cuando se toman valores muy pero muy cercanos al valor x_0 , sin que sea exactamente x_0 .

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = K$$
$$\Downarrow$$
$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = K$$

Lo que nos quiere decir estos es cuánto vale la función cuando se toman valores muy pero muy cercanos a l valor x_0 , sin que sea exactamente x_0 .

+

•

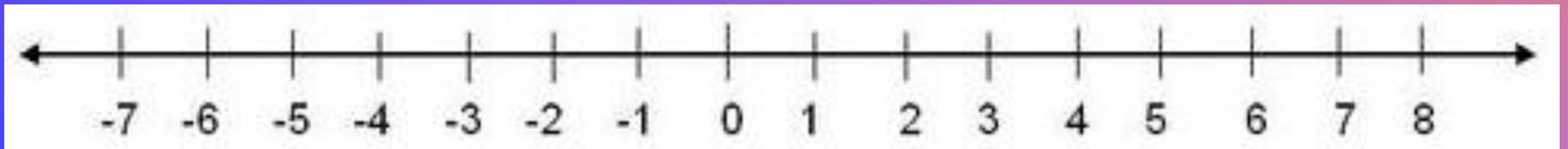
o

Ejemplo 1

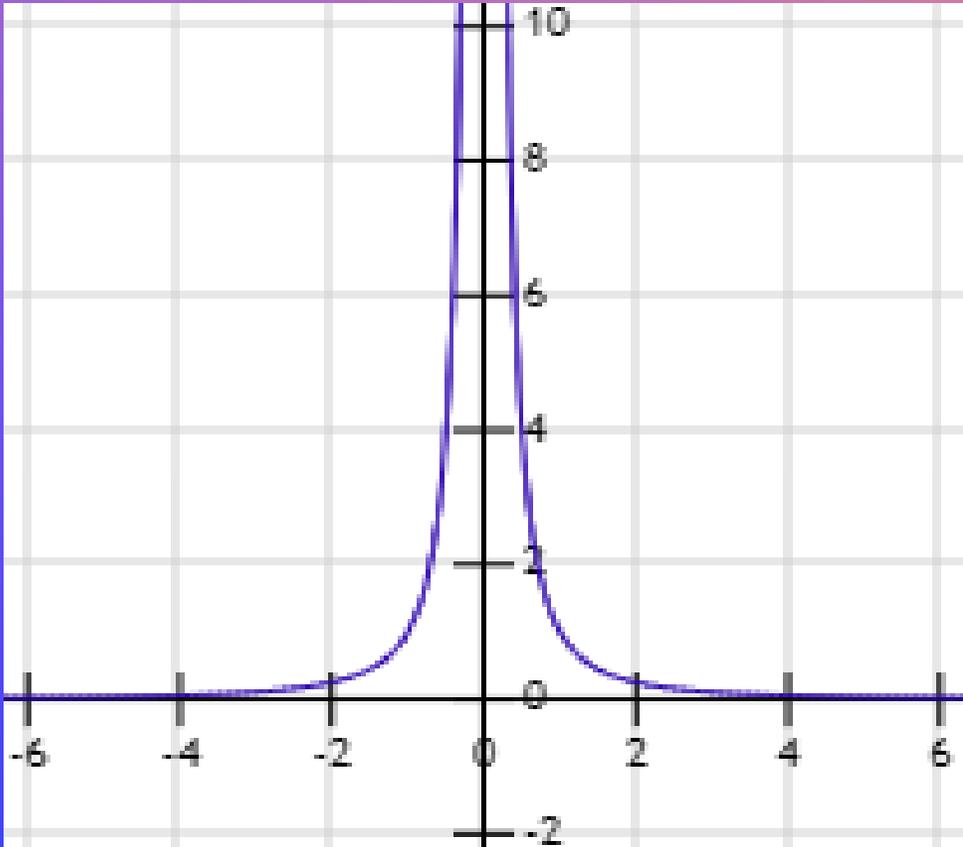
Determine el límite cuando x tiende a 0 de la función:

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

x	-0,1	-0,01	0	0,01	0,1
f(x)	100	10.000	Error	10.000	100



Ejemplo 1



Límite por la izquierda $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x^2} = \infty$

Límite por la derecha $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = \infty$

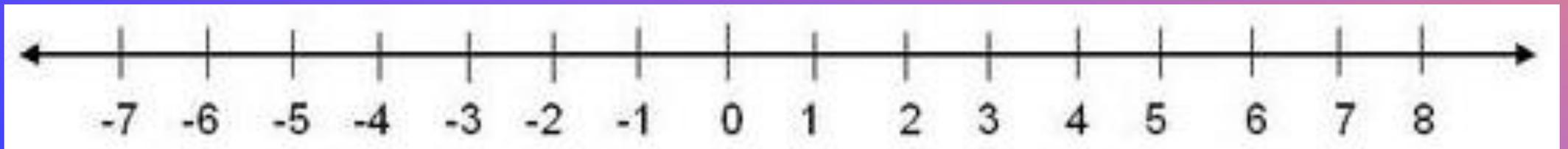
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = \infty$$

Ejemplo 2

Determine el límite cuando x tiende a 0 de la función:

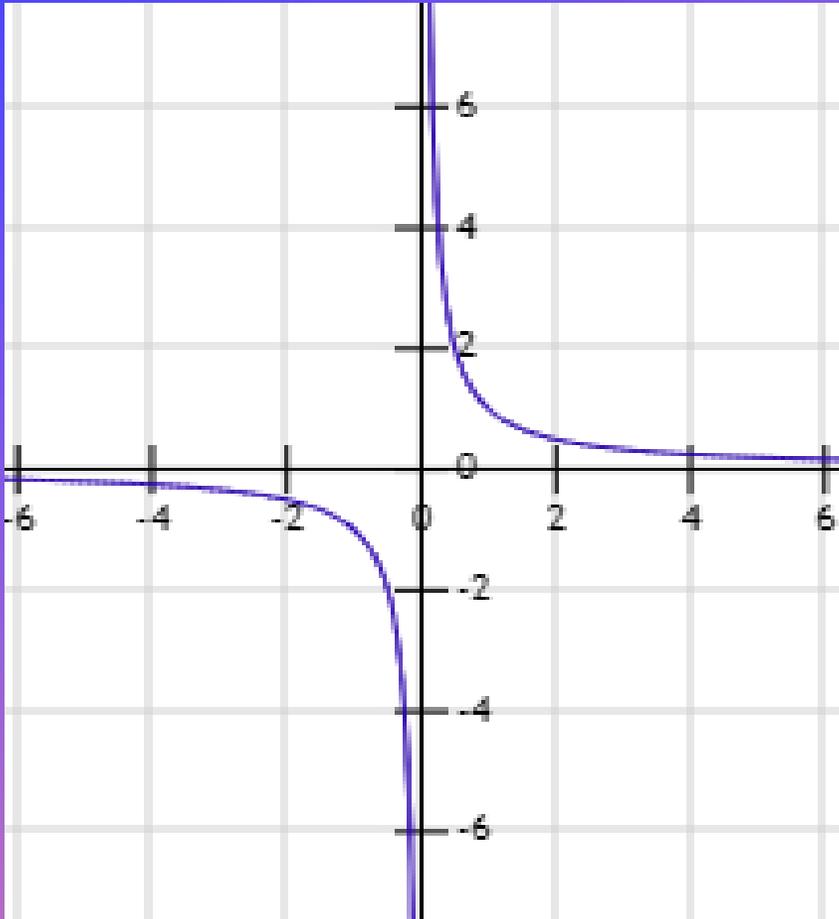
$$f(x) = \frac{1}{x}$$

x	-0,1	-0,01	0	0,01	0,1
f(x)	-10	-100	Error	100	10



+
•
○

Ejemplo 2



Límite por la izquierda $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty$

Límite por la derecha $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \infty$

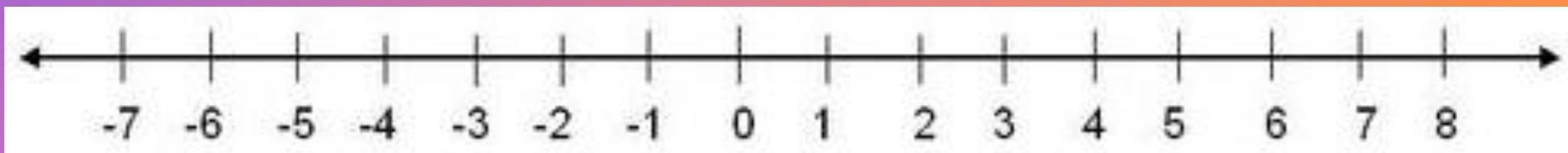
Ejemplo 3



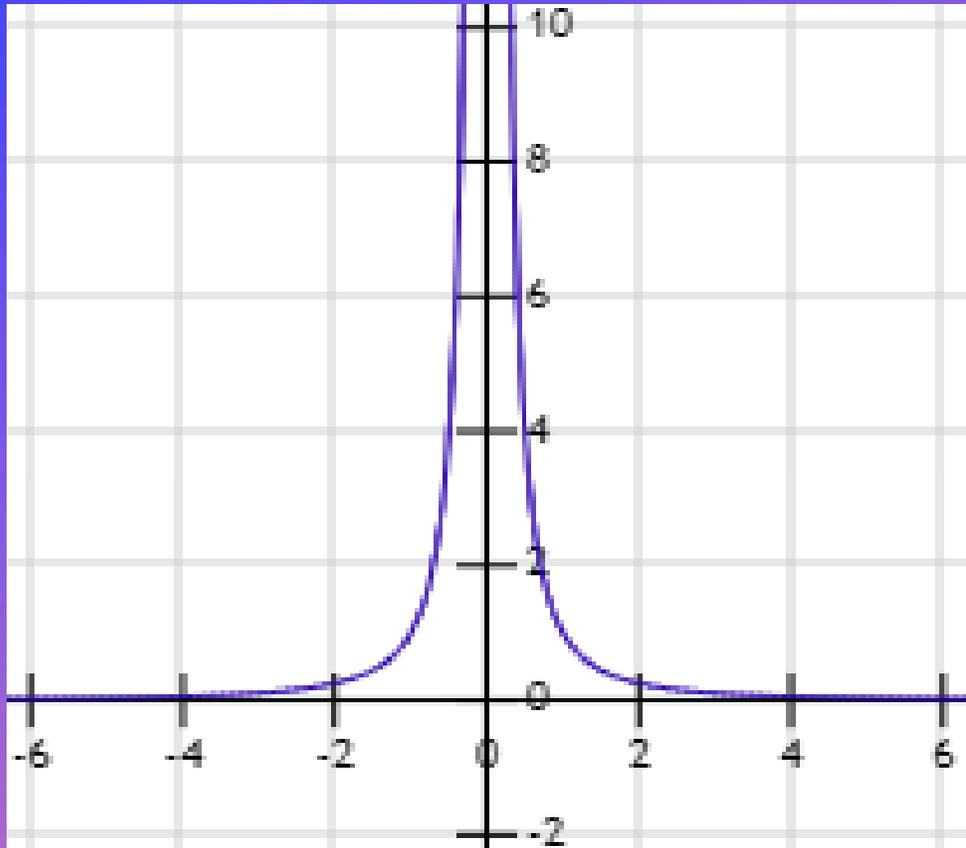
Determine el límite cuando x tiende a $\pm\infty$ de la función:

$$f(x) = \frac{1}{x^2}$$

x	-100	-10	0	10	100
f(x)	0,0001	0,01	Error	0,01	0,0001



Ejemplo 3



Límite por la izquierda $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2} = 0$

Límite por la derecha $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x^2} = 0$

Ejemplo 4

Determine el límite cuando x tiende a 0 de la función:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{x + 1} = \frac{0}{1} = 0$$

Operaciones con valores extremos



Sumar o restar el infinito:	Multiplicar por infinito:	Dividir entre cero y por infinito:	Elevar a 0 y al infinito:
$+\infty \pm K = +\infty$ $-\infty \pm K = -\infty$ $+\infty + \infty = +\infty$ $-\infty - \infty = -\infty$ $+\infty - \infty = ?$ $-\infty + \infty = ?$	$+\infty \cdot K = \begin{cases} -\infty, & \text{si } K < 0 \\ +\infty, & \text{si } K > 0 \end{cases}$ $-\infty \cdot K = \begin{cases} +\infty, & \text{si } K < 0 \\ -\infty, & \text{si } K > 0 \end{cases}$ $0 \cdot \infty = ?$ $+\infty \cdot (+\infty) = +\infty$ $+\infty \cdot (-\infty) = -\infty$	$\frac{K}{0} = \begin{cases} -\infty, & \text{si } K < 0 \\ +\infty, & \text{si } K > 0 \end{cases}$ $\frac{\pm\infty}{0} = \pm\infty$ $\frac{0}{0} = ?$ $\frac{K}{\infty} = 0, \quad \frac{0}{\infty} = 0, \quad \frac{\infty}{\infty} = ?$	$K^0 = 1$ $(\pm\infty)^0 = ?, \quad 0^0 = ?$ $1^\infty = ?$ $K^{+\infty} = \begin{cases} 0, & \text{si } K < 1 \\ +\infty, & \text{si } K > 1 \end{cases}$ $K^{-\infty} = \begin{cases} \infty, & \text{si } 0 < K < 1 \\ 0, & \text{si } K > 1 \end{cases}$